Hallar el determinante de la matriz | A |

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -2 & 4 & 6 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}_{A\,3x3}$$

Solución del ejercicio

Por definición, en algebra lineal, toda matriz de orden cuadrado tiene determinante, es decir, una matriz tiene determinante si y solo si es de orden cuadrático, o sea, 1x1, 2x2, 3x3,4x4,5x5, etc…

El determinante de una matriz se denota como | A | o det A, siendo A una matriz cuadrada $|\,A\,|_{nxn}$ y el resultado es un escalar positivo o negativo según el cálculo realizado con sus elementos.

Si **A** [(a11 a12 a13), (a21 a22 a23), (a31, a32, a33)]*nxn* donde n = 3 entonces | A[a] | = *{ a11 * [(a22 * a33) – (a23*a32)] }* **-** *{ a12 * [(a21 * a33) – (a23*a31)] }* **+** *{ a13 * [(a21 * a32) – (a22*a31)] }* , es decir el determinante de una matriz de orden 3x3 es el producto de cada elemento de la primera fila por el respectivo determinante interno de 2x2. Este determinante interno se obtiene cancelando toda la fila y columna donde se encuentra el elemento actual. Los signos de cada elemento de la primera fila son alternados. Este proceso resume el cálculo de los cofactores de cada elemento de la primera fila y la matriz adjunta.

Las propiedades básicas más comunes que maneja el cálculo de determinantes es el producto por escalar.

Entonces, hallando el determinante a la matriz A se tiene:

$$|A| = \underset{A\ 3x3}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -2 & 4 & 6 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix}} \begin{aligned} &= 1 * [(4*0) - (6*2)] \\ &\quad +1 * [(-2*0)-(6*3)] \\ &\quad -1 * [(-2*2)-(4*3)] \\ &= 14 \end{aligned}$$